標準偏差と平均二乗誤差の違い

はじめに

土地の境界測量に限定して言えば，標準偏差と平均二乗誤差の違いは何か，これは意外とハッキリしていて標準偏差はバラツキの指標です。それに対して平均二乗誤差(Root Mean Square Error)とは求める値との差を評価する指標です。データを評価するとき標準偏差と言ったり，平均二乗誤差と言ったり，中には平均二乗誤差（標準偏差）という者います，こうなると理解できない方が多いのではないでしょうか。

そもそも「誤差」と簡単に言いますが誤差と言えば何でしょうか，　誤差と言ったり，残差と言ったり較差（こうさ）とも言います，言葉の意味を吟味して使い分けていますか，それぞれ意味が違います。

渾然とした使い方は専門書でも時々見受けられますので注意が必要です。受け取る側，読み手側に言葉の意味を吟味する能力があれば問題は無いのでしょうが，発信する側が配慮するべきことです。

これらのことを以下に吟味して見ました，参考になるかイヤもっと分からなくなるか。

誤差とは

誤差とは測定や理論的推定などで得られた近似値（測定値）と真の値もしくは真の値と考えられるものとの差を言います。

真の値は分かりませんので「真の値と考えられるもの」とはについて説明します。

観測精度に対して数倍高い精度で観測された値と言うことです，誤差はしばしば測定値の合格不合格の判定に使われることがありますので観測者がmm単位まで観測している場合には概ね 10 分 1mmまで観測出来る機器で観測した値で判定することが求まられます。

TSに於ける測量で，機器の精度が±2mmで距離はmmの単位まで読み取った値を観測値としているとすれば点検機器の精度は±0.2mmで 0.1mmまで計測出来る機器が必要と言うことです。このような機器は現実にはあり得ないのではないでしょうか。

ついでに，角誤差で考えれば，機器の精度5秒で読み取り5秒の機器で観測したデータの合否を判定するには点検機器の精度0．5秒，読み取り0．5秒の機器で無ければなりません，現在のTSにこれを求めることは出来ませんのでこと，測量に関しては「真の値と考えられる」ということはないでしょう。

「観測誤差」と言われる学者さんがおられますが学問的には考えられますが現実ではあり得ないといえます。

「理論的推定などで得られた近似値（測定値）」ですが，これは観測値から三つの誤差，定誤差，過失誤差，偶然誤差のうち定誤差，過失誤差を除いた偶然誤差の平均値ということです。平均値は中間値，中心値でも同じです，次に説明する残差が適切な表現かもしれません。

残差とは

誤差と類似して使われる残差についてです，正確な機器で何回も測って平均値をとることで真の値に近づけていきその平均値（最確値）と各測定値の差が残差の定義です。

測量では「何回も測る」ことはしませんので観測値から残差を求めることは原則ありません。

較差（こうさ）とは

公差と間違わないようにするために“かくさ”ということもあります。較差とは最高と最低、最大と最小の差です、測量では2個の観測値の差。又は、観測値と比較する値との差のことです。

観測値と比較する値との差とは1回目の値が成果として2回目の値がその値の良否を判断する点検成果の場合は，成果で使用された機器より上位のランクの機器を使用し無ければばならない事は誤差のところで説明したとおりです，この差も較差と言います。

良否の判定でなく単純に比較する場合にも同じ点を測ったのであれば較差といいます。こうすると意外と解釈の幅が広いのが較差です。

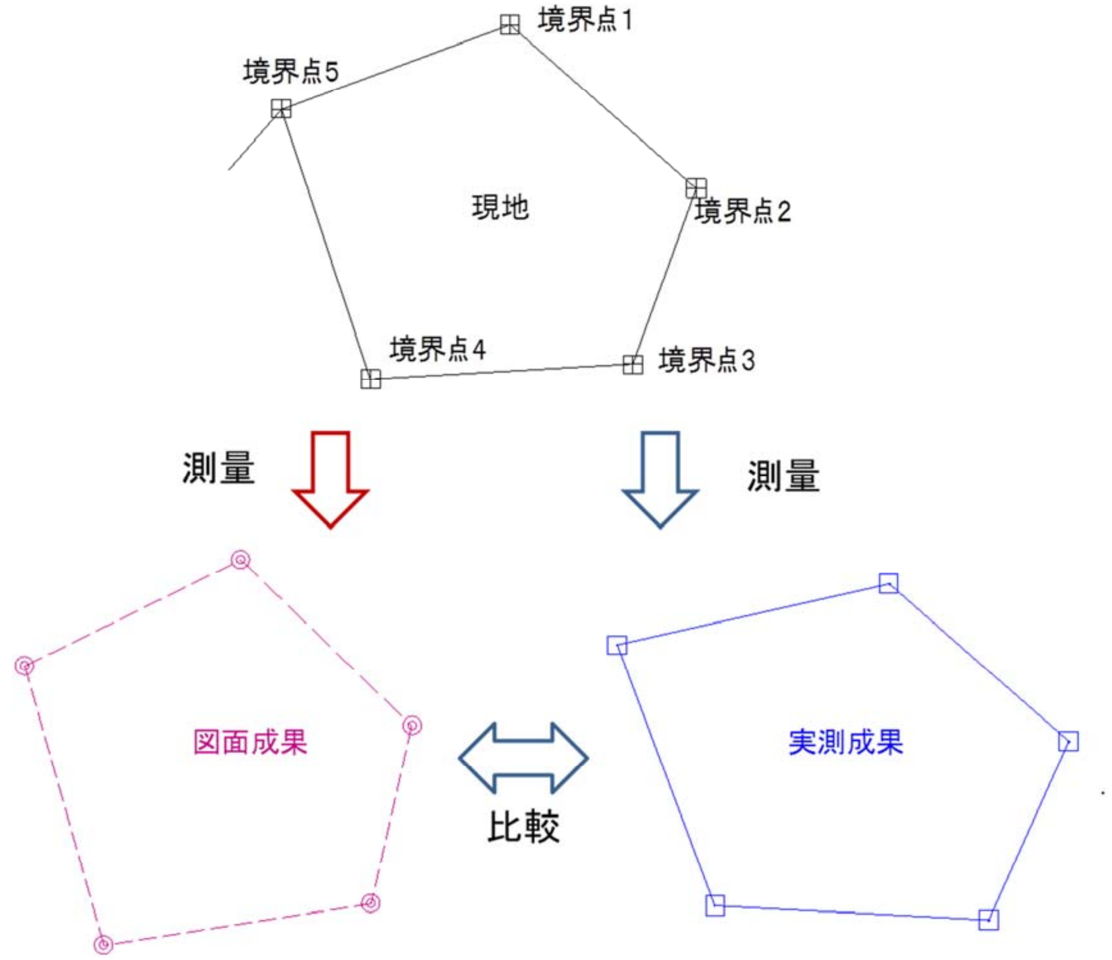
測量では角度，距離を2，3回測ってその最大値と最小値の較差を求め，観測値の良否を判断します，これは日常的に行うことで測量の種類によって較差の制限値が決められています。

一筆測量（境界測量）では

測量は測量の骨格を作る多角（トラバーともいいます）測量と境界標を測る一筆測量があります，多角測量はその都度新しく多角点を設置して測量しても，以前に測量してあった多角点を使ってもかまいませんが一筆測量は境界標，境界を示す境界標等を測るものです。

境界（筆界）とは過去に於いてその位置が決められているものですから適当な位置に新しく境界標を設置して測ることはありません，境界（筆界）の位置に境界標が無い場合は必ず境界復元作業を行ってから測ります，境界（筆界）は図面が有るか無いかは関係がなく存在するものです。

このことを前置きしておいて，境界（筆界）の「誤差」について説明します。



上図の様に現地があって，測量した結果を図面にします，以前に測ったものを図面成果とか旧成果と言い，現時点で測量したものを実測成果とか現成果と言います。

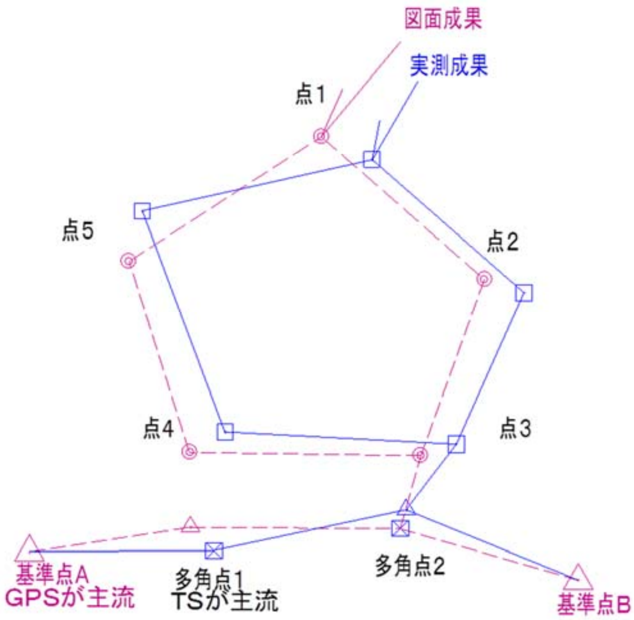
図面成果対現地，実測成果対現地の測量結果を直接比較することができませんので図面成果と実測成果を比較します。

ですからどちらかが限りなく現地に対して精確に写し取った成果であることが必要です，と言いますか絶対条件です。

通常，図面成果は古いものになります，測量では測量機器，測量技術，計算方法は日々進化していますので実測成果が精確であるものとして考える傾向にあります。2000年（平成12年）～2004年頃を境に測量機器，測量技術，計算方法の進化が一段落した傾向にあり，どちらが精確かとは言えない状況になってきています。

測量の方法には大きく分けて基準点を使う方法と使わないで行う方法があります，基準点は電子基準点から測量された基準点を使う方法，電子基準点からGPSで位置をもとめる方法と任意座標と言いまして，言い方が悪いですが基準点を決めずに適当に測量する方法がありあます，現在は基準点，電子基準点を使う方法が主流ですが相変わらず任意座標で測量している方もおられます。

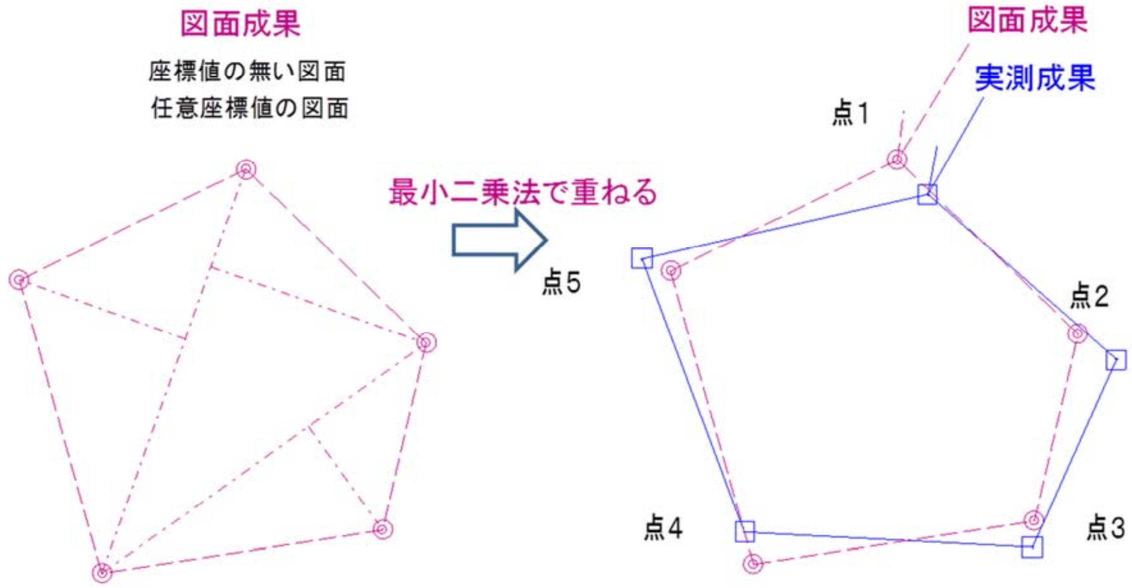
この基準点を使った方法が下図の状態です。



基準点は道路上に設置されていることが多いので見かけることがあります，主に都道府県，市区町村が設置して管理しています。中には設置されているが管理から外れている基準点もありますので管理者に確認してから使用することが必要です。測量しようとする近傍に基準点が無い場合はGPS測量で基準点を設置して測量することもあります。

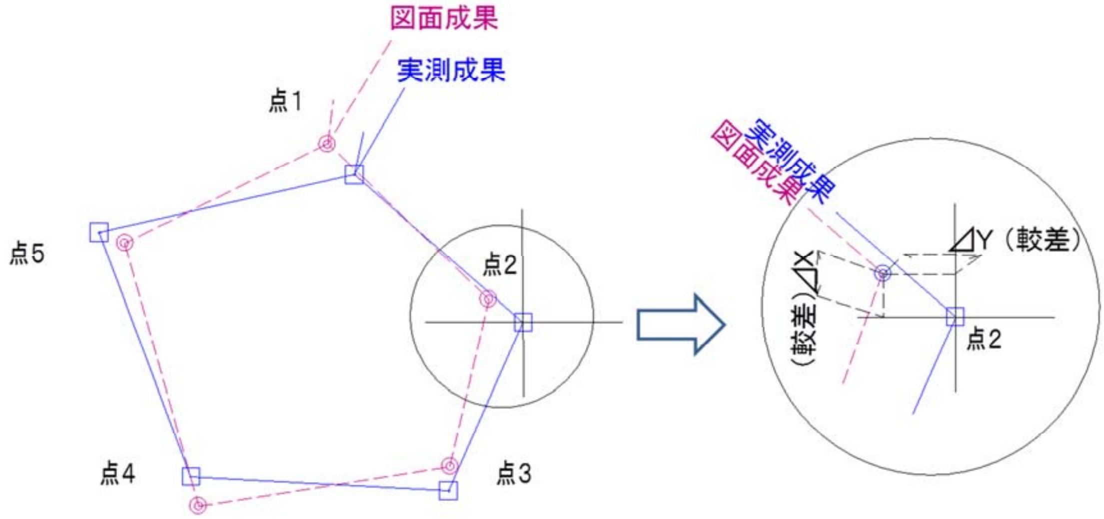
この基準点A，Bは距離が2級基準点で500m，3級基準点で200mと長いので20～50m程度の多角点を展開する必要があります，同じ基準点A，Bを使っても測量誤差，主に距離と角度を測った時の誤差がありますので図面成果と実測成果は一致せずに図の様に各点に乖離，いわゆるズレが出来ます。

基準点は道路のアスファルト上に簡易な金属鋲を打ち込んでいるものが多いので道路工事等があると亡くなってしまいます，この時の基準点は再現性がありませんので上図のような基準点A，Bを使った測量は出来ません。基準点が無くなっている場合で他の基準点から多角点が展開出来れば良いのですが出来ない場合，元々任意座標の場合，基準点が無い図面成果もあります。 そこで，このような場合は下図の様に行います。



現存している境界標等の図面成果を実測成果に重ねます，最小二乗法という方法を使いますが詳しくは別のところで説明するとして，大まかに言えば，図面成果と実測成果の間には平行移動，回転，伸縮が起きています，この大きな原因は測った時の測量機器が異なることです。

そこで，図面成果の図重心と実測成果図重心を重ねます，双方の図の方位（南北の方向）が一致していませんので図面成果を回転させ実測成果にあわせます。双方の図の大きさが違います，距離測定の機器は時代によって違います，明治時代は麻縄，竹縄，鉄鎖から始まりナイロン，エスロンの巻き尺，金属の巻き尺で現在が光波測距で行われています，この光波測距でも昭和50年代は±10mmの精度，平成5年頃は±5mm，平成12年頃は±2mm程度で現在（平成28年）に至っています，このことによって図面成果（旧成果）と実測成果（現成果）の間に図の伸縮が起きています，この図の大きさの差を計算して図面成果を実測成果まで伸縮させれば双方の図がかさなります，双方の図の測量に誤差がありますので図面成果と実測成果は一致せずに下図の様に各点にズレが出来ます。 このズレは2個の観測値の差ですから「較差」です。

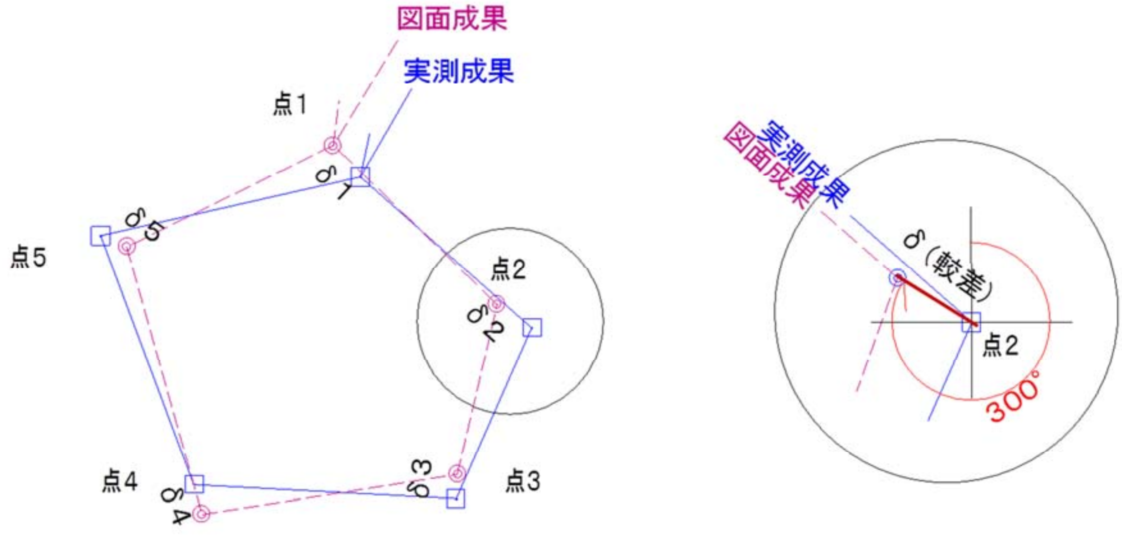


測量では縦軸がX軸で横軸がY軸になっており，数学と異なります，この較差を座標軸で見ます，Y軸の較差は実測成果Y－図面成果Y＝⊿Y(Y値の較差)とし，X軸の較差は実測成果X－図面成果X＝⊿X(X値の較差)で表します。

ベクトルとスカラーの表示

較差の別な表し方に次の方法もあります。下図の点2の位置では「図面値は実測点2に置いて北から役300度の方向で距離δの誤差があります。」と言うことですが通常，測量屋さんは「この境界の誤差は δ です。」といいます，この言い方をスカラーと言います，これでは下図の点2を中心にした半径δ円のどこにその点があるのか解りません。

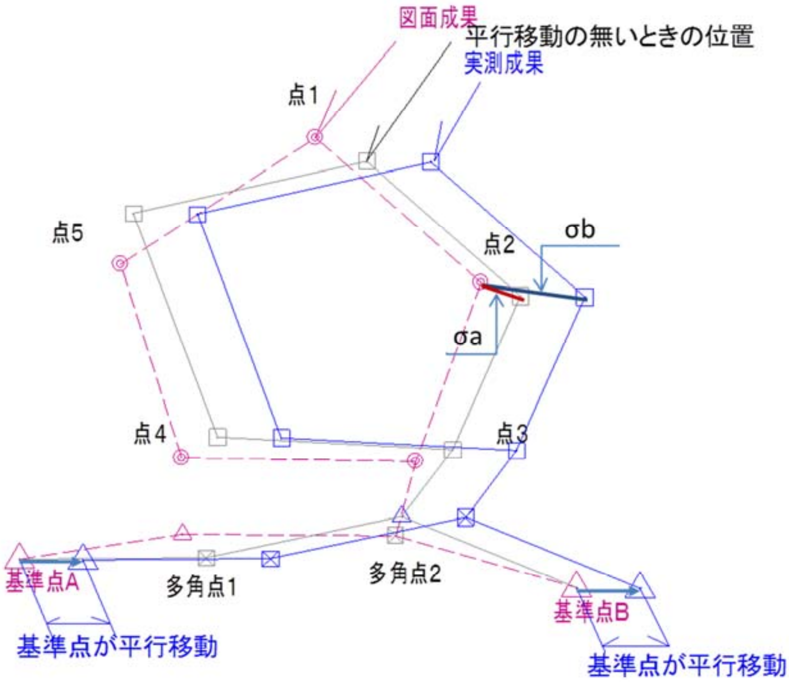
境界の位置で言えば位置はベクトルで表します，つまり距離と角度か座標のX･Yです，境界の位置とか位置誤差という場合は必ず“この表し方が必要なのだ”と言うことを覚えて下さい。



次の図を見て下さい，基準点A，Bが何らかの原因で平行に東へ移動していた場合です，点

2に於いて較差が δa であったものが δb と平行移動量だけプラスされます，平行移動量 δ は⊿x ・⊿y に分解されますのでこの量は計算により求まります。

これを解消する方法は各点の座標値 X ・Y 値から⊿x ・⊿y 値を差し引けば解消されますので差し引く方法と最小二乗法によって重ねる方法とがあります，基準点A－基準点Bの回転，伸縮等が疑われる場合は最小二乗法によって重ねる方法をとるのが確実です。



平行移動が確認された場合の較差は δb ではなく δaを較差，或いは誤差と言います。

平均二乗誤差について

ここでは平均二乗誤差について具体的に取り上げて見ます。

（1）まず，土地家屋調査士連合会が発行している「調査・測量実施要領」の附42頁の説明です。

（2） 平均２乗誤差

いくつかの筆界点がもっている誤差（公差以下）の平均２乗誤差（標準偏差）（m）を計算した値が，この数値以下でなければならないという意味で，次式で示される．

$$m=\pm\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}$$

ただし，δ：残差，n：筆界点数

δを残差としています，これは残差ではなく較差が正しい言い方です，δをそのまま二乗し，その総和をn（筆界点数）－１で割った平方根を平均二乗誤差と言っています。

注目点はδをそのまま二乗している点です。

（2）次は日本加除出版が発行している「14条地図活用マニュアル」の41頁です。

ここでいう標準偏差とは、JIS規格によれば、

標準偏差＝分散の平方根

となっており、また、分散（標本分散、不偏分散ともいう。）は、

$$分散=\frac{(x_i-x_m)^2 の総和}{n-1} \quad \cdots\cdots（2-1）$$

$i=1\sim n$

n：試料（標本）の個数

x_m：試料（標本）の平均値

なる式で表される。なお、標準偏差は分散の平方根の正の値のみを、平均二乗誤差は正負の値を指す。

この本では誤差，残差，較差の説明がありません，どれなのでしょう。X_iから平均を求めその差を二乗しています。この X_i は較差のようです，X_i は（1）でのδです。（1）との違いはδの平均とδの差を二乗した総和をn－1で割った値を分散としています，分散＝標準偏差²の関係がありますのでこれはδの標準偏差の計算です。

ただし，（1）が平均二乗誤差の式で（2）のこれが標準偏差の式とすれば「標準偏差は分散の平方根の正の値のみを，平均二乗誤差は正負の値を示す。」とありますがこれの意味が，著者の意図するところが理解できません。

（3）次は建設大学校が使っている教材から編集して出版されている「測量のための最小二

乗法」の14頁からです。

> (3) **標準偏差(平均二乗誤差)**　一連の観測誤差 $\Delta_1, \Delta_2, \cdots, \Delta_n$ の2乗の和を誤差の数で割った平方根をその一連の観測の**標準偏差**(standard deviation)または**平均二乗誤差**(mean square error)という.
>
> いま,標準偏差を m とすれば
>
> $$m=\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\cdots+\Delta_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \qquad (2.17)$$
>
> ただし,$[\Delta\Delta]$ は Δ の2乗の総和を示す.

Δ_1(デルタ$_1$)～を観測誤差と言っています，観測誤差は「誤差について」のとおり真値との差です，つまり観測値がありその平均値$\overline{X}$との差が　Δ_1=観測値$_1$－平均値$\overline{X}$　と言うことなのでΔ_1の平均値は 0　になります，この式は標準偏差の式で平均二乗誤差の式ではありません。

これを平均二乗誤差の式とするには観測値を「真の値」か，何らかの「期待値」との差とすることです。その上で観測値^{2}の総和をnで割った平方根を求めれば平均二乗誤差と言えます。

(4)次は日本加除出版発行の「地籍測量」18頁からです。

> (3)　平均二乗誤差
>
> 平均二乗誤差(標準偏差ともいう。)は，測定値と真値との差の二乗の相加平均の正の平方根をとることにより求められるもので，測定値のバラツキ具合を数量的に表す。平均二乗誤差が小さいほど，その測定精度が高いという。精度区分に示された数値は，筆界点位置の平均二乗誤差の限度の目安を表す。地籍調査では，平均二乗誤差を次式で求める。
>
> $m=\sqrt{[\sigma^2]/(n-1)}$
>
> ただし，σ ：較差
>
> n ：筆界点数

σを較差としています，その較差σをそのまま二乗しています，σをδと読み変えれば(1)の式と同じです。

(1)と(4)は平均二乗誤差の式，(2)(3)は標準偏差の式です，この辺は意外とアッサリしているのです。読み手側にこの読み分けが要求されているとすれば少々酷なことでしょう。

標準偏差と平均二乗誤差の違い，目的は何かと言うことです，これは意外とハッキリしていまして**標準偏差はデータのバラツキの指標**です，バラツキの平均値が真値または求める値とどれだけ離れていようが関係がありません。それに対して**平均二乗誤差とは**真値又は**求める値との差を評価する指標**です。

このことから平均二乗誤差は「(4)「地籍測量」18頁」の説明が適切であると言えますので標準偏差とは違います。

平均二乗誤差をもってして確率を説明する方がおりますが誤りです，平均二乗誤差は良否の判定に使う指標です。

平均二乗誤差の計算式

平均二乗誤差の計算式ついて確認しておきます，平均二乗誤差は地籍測量では国土調査法施行令別表4にあるとおり筆界の位置誤差に限って使われているものです。国土調査法は昭和二十六年六月一日法律第百八十号で施行され国土調査法施行令は昭和二十七年三月三十一日政令第五十九号で施行された，当時の測量は測量の骨格となる図根点（基準点）はトランシット（角度）＋スチールテープ（距離）によって行われ，成果はX，Yの日本測地系座標で表されました。一筆の測量は図根点に平板を設置して平板上に直接描く平板測量で行われました，一筆成果の点検は抜き取りで図根点からトランシット（角度）＋スチールテープ（距離）によって行われ，成果はX，Yの日本測地系座標で表されました。

この説明が土地家屋調査士連合会発行の「調査・測量実施要領」の附43頁の（要領）が下図にこの説明があります。

（3） 筆界点の位置誤差（平均2乗誤差）の求め方

筆界点の位置は，一般に，1点1観測で決める場合が多い．1点1観測では，平均2乗誤差（標準偏差）の算出はできないので，便法として，次のようにして求める．

(i) あるグループ（10～20点）を定め，そのグループについて，それぞれの点が，どの程度の偏位でプロットされているかを測定する．

（要　領）

① 平板上にプロットされた筆界点の図上座標 (x, y) を図上から求める．

② 高性能のトランシットを用いて地上座標 (x_0, y_0) を計算から求める．

③ x_0, y_0 を最確値とみなし，

$$dx = x_0 - x$$

$$dy = y_0 - y$$

$$\delta = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

δ を残差とみなし，次式によって平均2乗誤差（標準偏差）m を求める．

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}$$

ただし，$[\delta^2] = \delta_1{}^2 + \delta_2{}^2 + \delta_3{}^2 + \cdots\cdots$

n：グループの点数

説明はこれで適切と思いますが肝心なことは“①平板上にプロッとされた筆界点の図上座標

（X・Y）を図上から求める。”となっていますから図解法によるデータになります。したがって国土調査法施行令別表4の筆界点の位置誤差の公差は図解法データの時に適用されると解釈できます。

国土調査法施行令別表4

精度区分	筆界点の位置誤差		筆界点間の図上距離又は計算距離と直接測定による距離との差異の公差	地積測定の公差
	平均二乗誤差	公差		
甲一	2cm	6cm	0.020m＋0.003$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.025＋0.003$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²
甲二	7cm	20cm	0.04m＋0.01$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.05＋0.01$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²
甲三	15cm	45cm	0.08m＋0.02$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.10＋0.02$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²
乙一	25cm	75cm	0.13m＋0.04$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.10＋0.04$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²
乙二	50cm	150cm	0.25m＋0.07$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.25＋0.07$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²
乙三	100cm	300cm	0.50m＋0.14$\sqrt{S}$m＋αmm	(0.50＋0.14$\sqrt[4]{F}$)$\sqrt{F}$m²

備考
一　精度区分とは、誤差の限度の区分をいい、その適用の基準は、国土交通大臣が定める。
二　筆界点の位置誤差とは、当該筆界点のこれを決定した与点に対する位置誤差をいう。
三　Sは、筆界点間の距離をメートル単位で示した数とする。
四　αは、図解法を用いる場合において、図解作業の級が、A級であるときは〇・二に、その他であるときは〇・三に当該地籍図の縮尺の分母の数を乗じて得た数とする。図解作業のA級とは、図解法による与点のプロットの誤差が〇・一ミリメートル以内である級をいう。
五　Fは、一筆地の地積を平方メートル単位で示した数とする。
六　mはメートル、cmはセンチメートル、mmはミリメートル、m²は平方メートルの略字とする。

平均二乗誤差の計算式をまとめると次のとおりです，国土調査法施行令別表4の位置誤差はX・Y座標値（二変量）の式になります。

位置誤差の平均二乗誤差：m

平板上からの読み取り値　:Xa （X座標値），　Ya （Y座標値）

点検測量の計算値　　　:Xb （X座標値），　Yb （Y座標値）

Xの較差：⊿X　＝Xb－Xa

Yの較差：⊿Y　＝Yb－Ya

点間距離・格差：δ　＝　$\sqrt{⊿X^2+⊿Y^2}$

点数：　n

合計：　［　］1～n個の合計

平均二乗誤差：m＝$\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}$　　　点間距離・格差δ　をそのまま二乗する。

標準偏差の計算式は

まず，Xの標準偏差とYの標準偏差を求めます。

平板上からの読み取り値：Xa （X座標値），　Ya （Y座標値）

点検測量の計算値　　:Xb （X 座標値)，　Yb （Y 座標値）

X の較差:⊿X　＝Xb－Xa

⊿X の平均値:$\overline{⊿X}$

Y の較差:⊿Y　=Yb－Ya

⊿Y の平均値:$\overline{⊿Y}$

点数:　n

合計:　［　］1～n 個の合計

X の標準偏差:$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{[(⊿X-\overline{⊿X})]^2}{n-1}}$　　**X の較差⊿X の平均値との差を二乗する。**

Y の標準偏差:$\sigma_y = \sqrt{\dfrac{[(⊿Y-\overline{⊿Y})]^2}{n-1}}$　　**Y の較差⊿Y の平均値との差を二乗する。**

二変量標準偏差 $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sigma_x^2+\sigma_y^2}{2}}$　　X 軸，Y 軸の分散の平均値を計算する。

実際に計算してみます，最小二乗法による座標変換をした場合に較差の平均が 0 になりますので**較差の平均が 0 の場合**の平均二乗誤差と標準偏差の値が下表です。

平均二乗誤差 m が 0.0226 に対して標準偏差σは 0.0160 です，この関係は**平均二乗誤差＝標準偏差σ ×√2**_の関係にあります。

較差の平均値＝0　の標準偏差と平均二乗誤差

	⊿X=Xb - Xa	⊿Y=Yb - Ya		$\sqrt{⊿X^2+⊿Y^2}$
	0.0115	−0.0260		0.0008
	−0.0032	0.0104		0.0001
	−0.0039	−0.0063		0.0001
	−0.0005	0.0380		0.0014
	0.0158	0.0023		0.0003
	−0.0108	−0.0056		0.0001
	0.0025	0.0047		0.0000
	−0.0321	−0.0129		0.0012
	−0.0018	−0.0036		0.0000
	−0.0027	−0.0195		0.0004
	0.0218	−0.0119		0.0006
	−0.0077	−0.0004		0.0001
	0.0078	0.0372		0.0014
	0.0033	−0.0063		0.0001
			合計 [δ^2]	0.0066
軸の標準偏差σx・σy	0.0129	0.0185	平均二乗誤差m	0.0226
	二変量標準偏差σ	0.0160		
平均値 $\overline{⊿X}$ $\overline{⊿Y}$	0.0000	0.0000		
	標準偏差×√2	0.0226		

次の表が較差の**平均が 0 で無い場合**の平均二乗誤差と標準偏差の値です。平均二乗誤差 m が 0.0823 に対して標準偏差 σ は 0.0570 です，<u>平均二乗誤差と標準偏差の関係はありません。</u>

平均二乗誤差と標準偏差では計算式，指標の目的が違いますので数値が違って来ます，当たり前のことですが，しかしなかには“平均二乗誤差（標準偏差）”としている書籍が多々あります，“平均二乗誤差の確率は68．3％”なる解説があったりするのは間違いです。

ですから平均二乗誤差から確率の説明は出来ません，二変量の一標準偏差の確率は39．3％です。

較差の平均値≠0 の標準偏差と平均二乗誤差

	⊿X=Xb - Xa	⊿Y=Yb - Ya		$\sqrt{⊿X^2+⊿Y^2}$
	0.0194	0.3025		0.0919
	−0.0373	−0.0422		0.0032
	0.0115	−0.0260		0.0008
	−0.0032	0.0104		0.0001
	−0.0039	−0.0063		0.0001
	−0.0005	0.0380		0.0014
	0.0158	0.0023		0.0003
	−0.0108	−0.0056		0.0001
	0.0025	0.0047		0.0000
	−0.0321	−0.0129		0.0012
	−0.0018	−0.0036		0.0000
	−0.0027	−0.0195		0.0004
	0.0218	−0.0119		0.0006
	−0.0077	−0.0004		0.0001
	0.0078	0.0372		0.0014
	0.0033	−0.0063		0.0001
			合計 [$δ^2$]	0.1017
軸の標準偏差σx・σy	0.0162	0.0790	平均二乗誤差m	0.0823
	二変量標準偏差σ	0.0570		
平均値 $\overline{⊿X}$ $\overline{⊿Y}$	−0.0011	0.0163		
	標準偏差×√2	0.0806		

散布図

さらに理解して頂くために，データを使って標準偏差と平均二乗誤差の関係を散布図で確認して見ます。

下図のデータは データ数 95 個

標準偏差＝0.0083（長軸標準偏差＝0.00865，短軸標準偏差＝0.00777）

楕円角度＝171°

相関係数＝-0.207

平均二乗誤差＝0.0117

長軸標準偏差，短軸標準偏差，楕円角度，相関係数については別に説明滲ます，ここでは二変量データ分布を表す指標と解釈しておいて下さい。

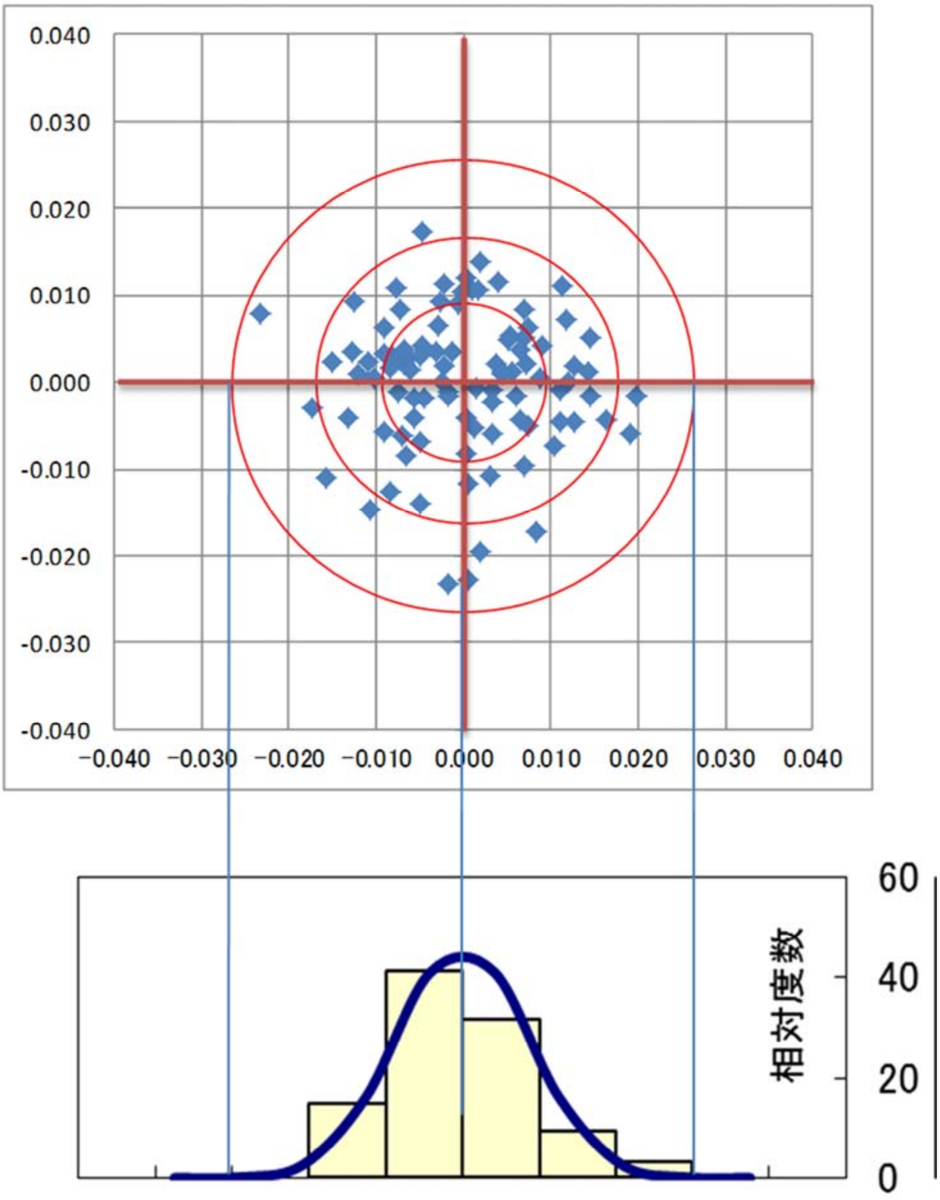
下図は⊿x･⊿y をプロットした図に一倍標準偏差半径 0.0083，二倍標準偏差半径 0.0166，三倍標準偏差半径 0.0249 の円を描いたものです。

下側の棒グラフはヒストグラムと言いましてＸ軸の⊿x の確率を示したものです，青の実線は正規分曲線を表します，棒グラフがこの曲線に近いほどこのデータは正規分布に近いと判断できるものです。

データ数とその割合を調べると一倍標準偏差半径 0.0083 内は 35 個，36.8％

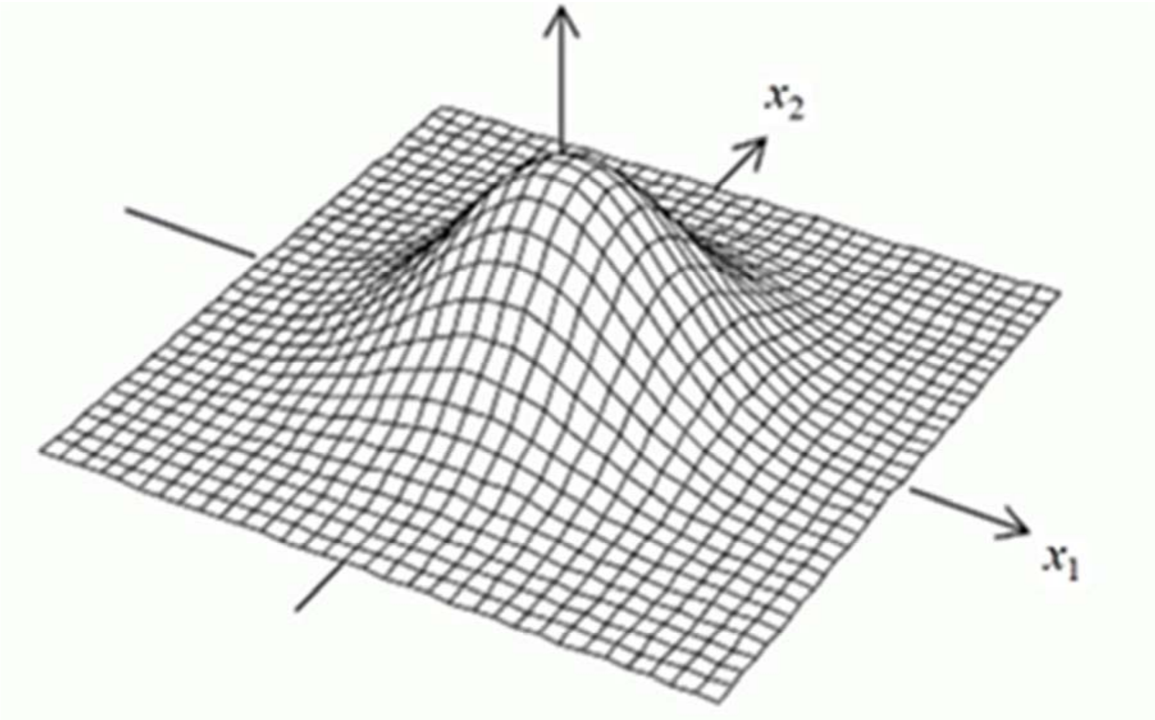
一倍平均二乗誤差 0.0117～二倍標準偏差半径 0.0166 内は 48 個，50.5％

二倍標準偏差半径 0.0234～三倍標準偏差半径 0.0249 内は 12 個，12.6％でした。



2変量の確率（相関係数0で）			
標準偏差の倍数	確率　%	標準偏差の範囲	範囲の率
0.5	11.8		
1	39.3	1倍以内	39.3
1.5	67.5		
2	86.5	1～2倍の間	47.2
2.5	95.6		
3	98.9	2～3倍の間	12.4
3.5	99.8		
4	99.97	3～4倍の間	1.1
4.3	99.99		

この表は二変量の理論上の確率です，データの実際の確率と理論上の確率はほぼ同じ数値になります，標準偏差はこのようにバラツキの指標だと理解して頂けるはずです。



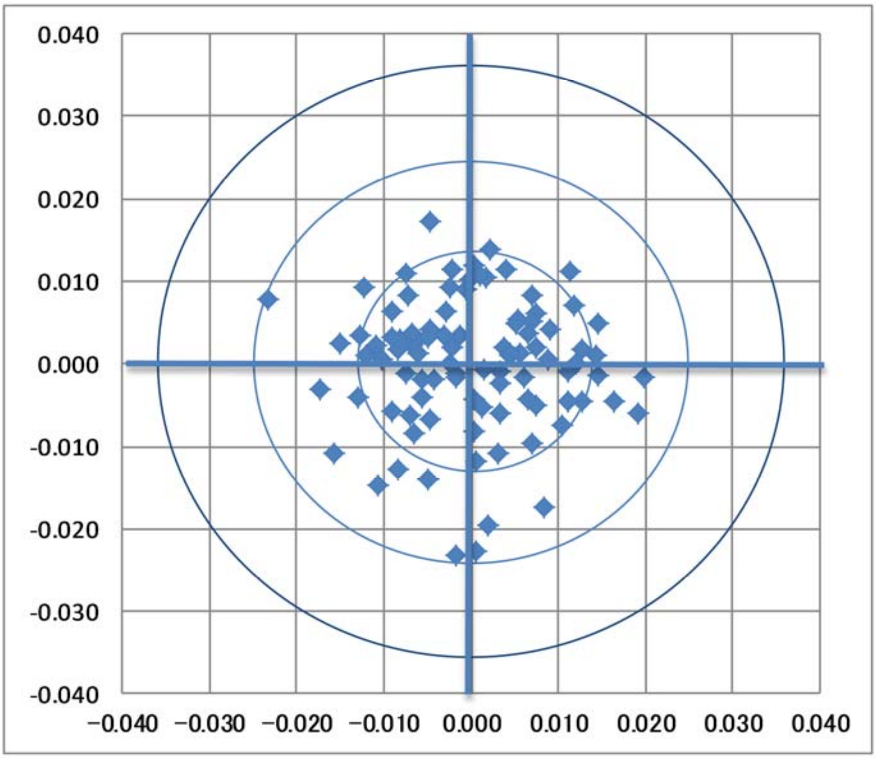
参考までにこのデータの分布は上図の様な立体的分布になります。

下図は⊿x・⊿y をプロットした図に一倍平均二乗誤差半径 0.0117，二倍標準偏差半径 0.0234，三倍標準偏差半径 0.0351 の円を描いたものです。

データ数とその割合を調べると一倍平均二乗誤差半径 0.0117 内は 60 個，63.2％

一倍平均二乗誤差 0.0117～二倍平均二乗誤差半径 0.0234 内は 34 個，35.8％

二倍平均二乗誤差 0.0234～三倍平均二乗誤差半径 0.0351 内は 1 個，1.1％でした。



一変量の確率			
標準偏差	両側確率	標準偏差の範囲	範囲の率
0.5	38.3		
1	68.3	1倍以内	68.3
1.5	86.6		
2	95.5	1～2倍の間	27.2
2.5	98.8		
3	99.7	2～3倍の間	4.2
3.5	99.95		
3.9	99.99		

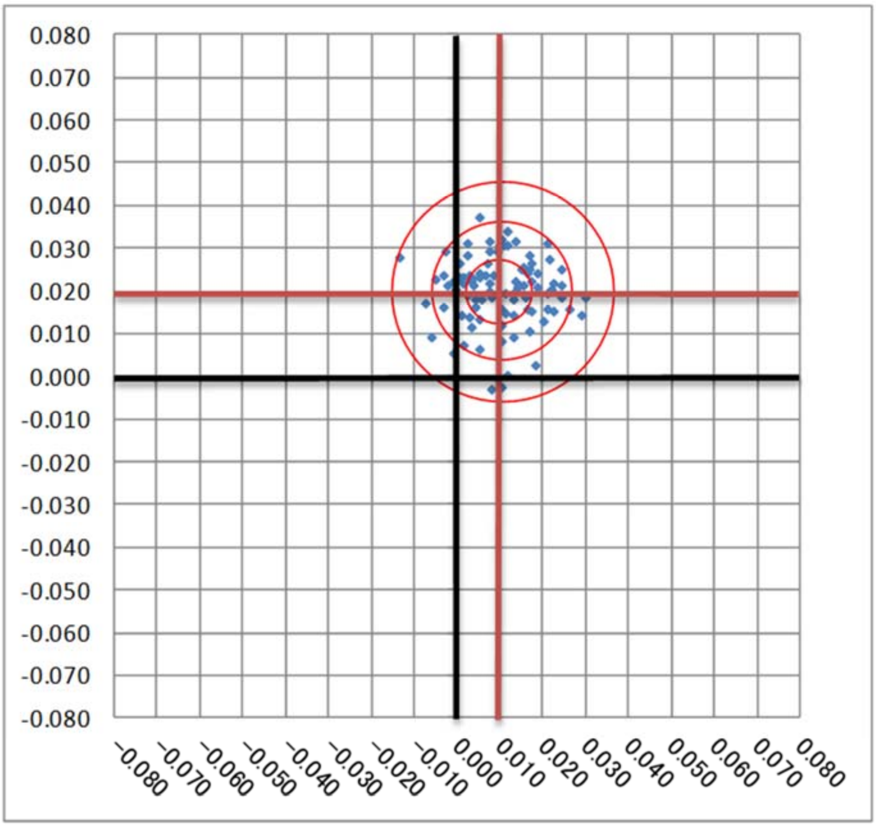
この表は一変量の理論上の確率です，データの実際の確率と理論上の確率はほぼ同じ数値になります，標準偏差と平均二乗誤差は違うはずだったのですが，ここで疑問が出ました。

二変量の確率とは違うが一変量の確率にしたがうのではなのだろうかと言うことです。結論を先に述べますと，⊿x･⊿yの平均値が 0 の場合は一変量正規分布に従います，一変量の一倍標準偏差＝一倍平均二乗誤差となります。

このことが実務家をして標準偏差＝平均二乗誤差と言わせる原因なのでしょう，筆界は位置誤差です，平均二乗誤差は距離角度のベクトル値から距離だけのスカラーの値を取り出して計算したものですから位置誤差の指標にはなりませんからこの解釈，一倍標準偏差＝一倍平均二乗誤差は間違いです。

次の図は⊿x の平均値を＋0.01 に，⊿y の平均値を±0.02 としたときの散布図です，円は

内側から一倍標準偏差，二倍標準偏差，三倍標準偏差の円で確率は前述の二変量の分布，確率と同じです。



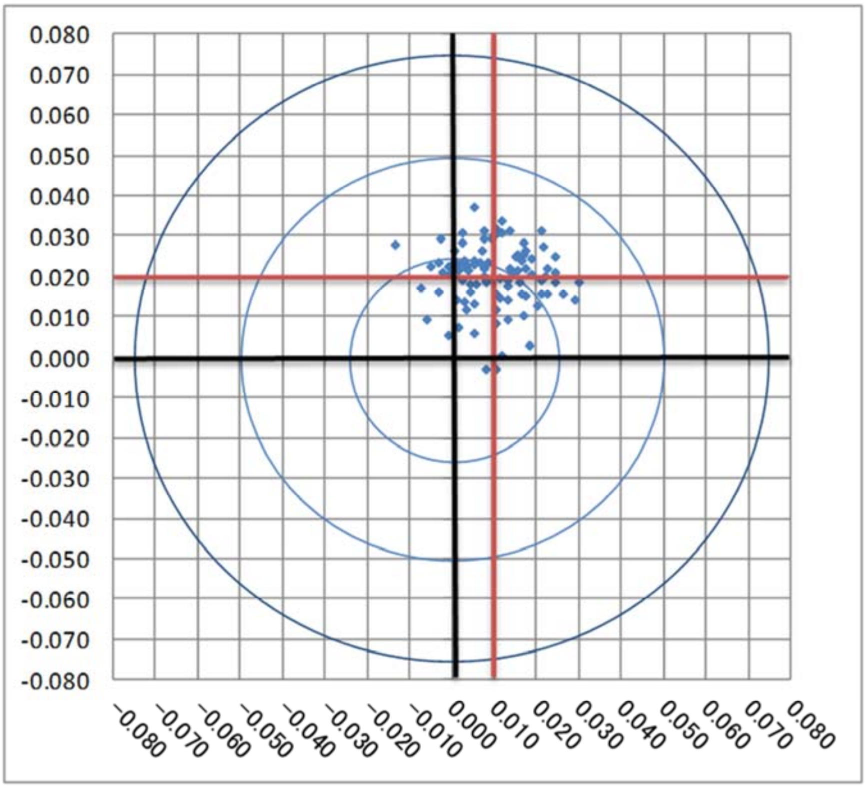
下図は⊿x・⊿y をプロットした図に一倍平均二乗誤差半径 0.0253，二倍標準偏差半径 0.0506，三倍標準偏差半径 0.0759 の円を描いたものです。

データ数とその割合を調べると一倍平均二乗誤差半径 0.0253 内は 53 個，55.8％

一倍平均二乗誤差 0.0253～二倍平均二乗誤差半径 0.0506 内は 42 個，44.28％

二倍平均二乗誤差 0.0506～三倍平均二乗誤差半径 0.0759 内は 0 個，0％でした。

平均二乗誤差は確率とか，精度・標準偏差に使う指標ではないと言うこと，位置誤差の点検，検査の良否につかう判定指標である事を理解できれば良いのです。



一変量の平均二乗誤差について

平均二乗誤差は位置誤差の指標であるから二変量について説明すれば良いのです，一変量は平均二乗誤差を使いません，が一変量で解説している書籍があります，そこで一変量についても計算式と計算例を次に示します。

一変量の平均二乗誤差:m

図上成果 or 旧成果:Xa　　X でも Y でも構いません，一つの変数です。

点検成果 or 現成果:Xb

X の較差:δ ＝Xb－Xa

点数: n

合計:　[ ]1～n 個の合計

平均二乗誤差:$m=\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}$　　　**点間格差 δ をそのまま二乗する。**

標準偏差の計算式は

まず，X の標準偏差と Y の標準偏差を求めます。

図上成果 or 旧成果:Xa

点検成果 or 現成果：Xb

X の較差：⊿X ＝Xb－Xa

⊿X の平均値：$\overline{⊿X}$

点数： n

合計： [ ]1～n 個の合計

X の標準偏差：$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{[(⊿X-\overline{⊿X})]^2}{n-1}}$ **X の較差⊿X の平均値との差を二乗する。**

実際に計算してみます，下表が**較差の平均が 0 の場合**の平均二乗誤差と標準偏差の値です。

平均二乗誤差 m が 0.0129 に対して標準偏差σは 0.0129 です，この関係は**平均二乗誤差＝標準偏差**の関係にあります。

較差の平均値＝0 の標準偏差と平均二乗誤差

	⊿X=Xb - Xa		$\sqrt{⊿X^2}$
	0.0115		0.000131
	−0.0032		0.000010
	−0.0039		0.000015
	−0.0005		0.000000
	0.0158		0.000250
	−0.0108		0.000116
	0.0025		0.000006
	−0.0321		0.001032
	−0.0018		0.000003
	−0.0027		0.000007
	0.0218		0.000473
	−0.0077		0.000060
	0.0078		0.000061
	0.0033		0.000011
		合計 [δ^2]	0.002177
軸の標準偏差σx	0.0129	平均二乗誤差m	0.0129
平均値 $\overline{⊿X}$	0.0000		

次の表が較差の**平均が 0 で無い場合**の平均二乗誤差と標準偏差の値です。平均二乗誤差 m が 0.0301 に対して標準偏差σは 0.0298 です，**平均二乗誤差と標準偏差の関係はありません。**

平均二乗誤差と標準偏差では計算式，指標の目的が違いますので数値が違って来ます，当たり前のことですが，しかし中には“平均二乗誤差(標準偏差)”としている書籍が多々あります，“平均二乗誤差の確率は 68.3％”なる解説があったりする，このことは二変量と同じですが

間違いは間違いです。一標準偏差の確率は 68.3％です。

較差の平均値≠0 の標準偏差と平均二乗誤差

	⊿X=Xb - Xa		$\sqrt{⊿X^2}$
	0.1000		0.010000
	−0.0373		0.001389
	0.0115		0.000131
	−0.0032		0.000010
	−0.0039		0.000015
	−0.0005		0.000000
	0.0158		0.000250
	−0.0108		0.000116
	0.0025		0.000006
	−0.0321		0.001032
	−0.0018		0.000003
	−0.0027		0.000007
	0.0218		0.000473
	−0.0077		0.000060
	0.0078		0.000061
	0.0033		0.000011
		合計 [δ^2]	0.013566
軸の標準偏差 σx	**0.0298**	平均二乗誤差m	**0.0301**
平均値 $\overline{⊿X}$	0.0039		

この違いを次の 95 個のデータを使って分布図を作成して説明してみます。

1	0.024
2	0.024
3	0.020
4	0.024
5	0.023
6	0.029
∫	
84	0.021
85	0.018
86	0.023
87	0.026
88	0.020
89	0.025
90	0.025
91	0.027
92	0.025
93	0.026
94	0.022
95	0.023

平均値	0.02200
標準偏差	0.00783
平均二乗誤差	0.02346

95 個のデータの平均値が 0.0220 です。

標準偏差は 0.00783

平均二乗誤差は 0.02346

説明したときにわかりやすくするためにこのデータは標準偏差の約3倍が平均二乗誤差の値になるように平均値を与えています。

説明したときにわかりやすくするためですがそこまで説明して何の役にたつのかと言われれば特にありません。

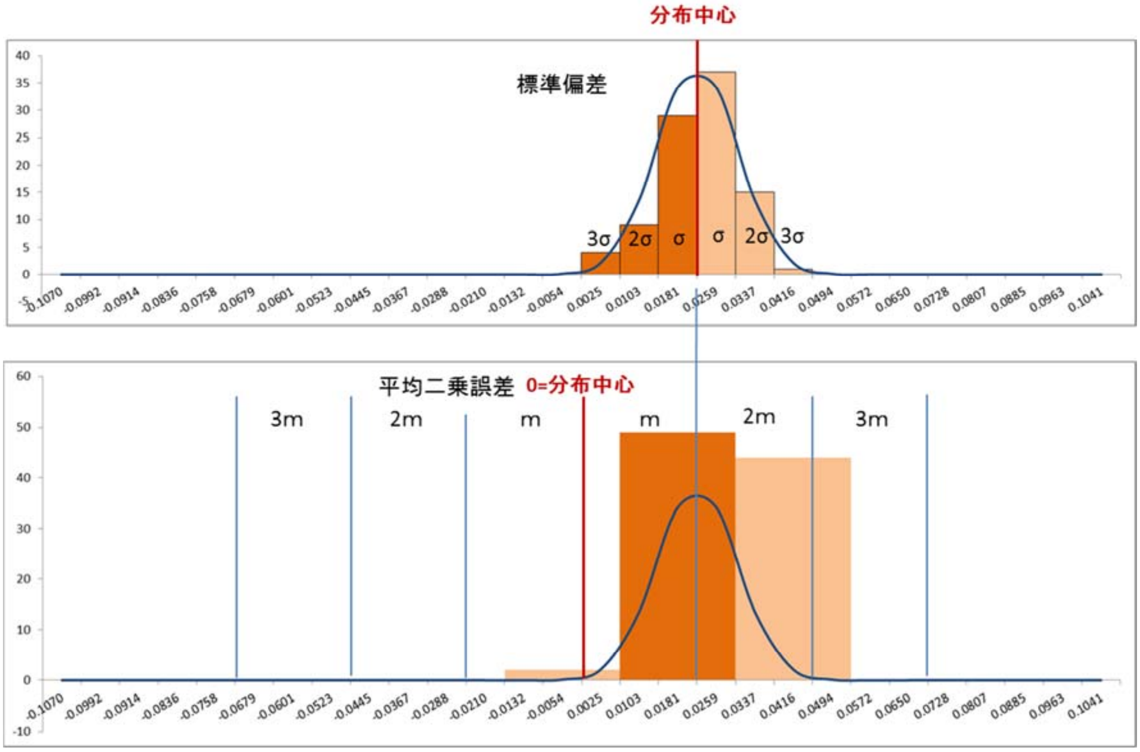
下図をご覧下さい，上が標準偏差の分布図です，分布の中心は 0.0220 です，0.0220 を境

にプラス一標準偏差（σ）0.00783 の範囲は 0.0220～0.02983 となります，同様に二標準偏差（2σ）の範囲は 0.002983～0.03766，三標準偏差（3σ）の範囲は 0.03766～0.04549 です，以下同様にマイナス側も計算して，その枠に入るデータ数をカウントすれば散布図が出来ます。

青の曲線は正規分布曲線です，ほぼ正規分布に近いデータと判断出来ると思います。

下が平均二乗誤差の値を同様に求め，平均二乗誤差の範囲，一平均二乗誤差，二平均二乗誤差の範囲のデータ数をカウントして散布図にしたものです。

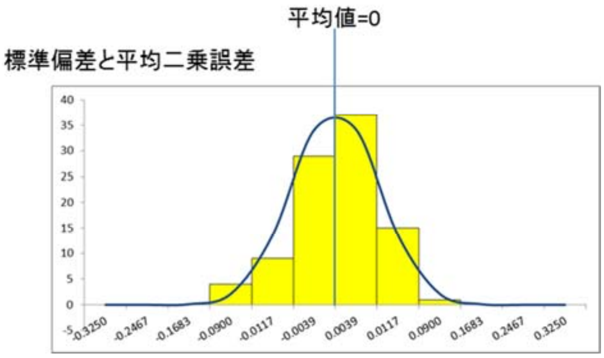
平均二乗誤差の分布中心値は常に　0　ですから分布は右にあり，左にはほとんどありません，これは平均値をプラス 0.0220 にしてあるからです。



次の図は平均値が　0　の時の標準偏差と平均二乗誤差の関係です，これでも分かりますように平均値が　0　の時には同じ分布，標準偏差＝平均二乗誤差となります，現実には平均値が　0　になることはありません。

ともかく，一変量に関しては平均値が　0　の時だけ平均二乗誤差でもって確率が説明出来ると言うことで，至って特殊なケースです。

どうゆう場合につかえるのだろうかと考えても良い例がありません。



と言うことで，ここまで標準偏差と平均二乗誤差の違いについて説明しました。

国土調査法施行令別表4の（2）の位置誤差の点検に使われる与点の定義

国土調査法　第五款　一筆地測量

（一筆地測量の基礎とする点）

第六十八条　　一筆地測量は、単点観測法によるものを除き、地籍図根点等及び細部図根点（以下「細部図根点等」という。）を基礎として行うものとする。

（放射法による一筆地測量）

第七十条の二　　放射法による一筆地測量は、細部図根点等を与点として行うものとする。

3　　放射法による一筆地測量において水平角の観測を行う場合は、与点と同一の多角網に属する細部図根点等を基準方向とし、与点から筆界点までの距離は、与点から基準方向とした細部図根点等までの距離より短くするものとする。